

Практикалық сабақ №11

Тақырыбы: Екінші текті қисық сызықты интеграл.

Мақсаты: II-текті қисық сызықты интегралды есептеу.

Мысал 1. II-текті қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x^2 - y^2)dx + xydy$, мұндағы L - $A(1, 1)$ нүктесінен $B(3, 4)$ нүктесіне дейінгі кесінді.

Шешуі: (AB) түзудің теңдеуін табамыз $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-1}{4-1}$, $3x-3 = 2y-2$, $y = \frac{3}{2}x - 1$. Онда $dy = \frac{3}{2}dx$, x -тің шектері $x_1 = 1, x_2 = 3$. Қисықсызықты интегралдан анықталған интегралға көшу

$$\begin{aligned} \int_L (x^2 - y^2)dx + xydy &= \int_1^3 (x^2 - (\frac{3}{2}x - 1)^2 + x(\frac{3}{2}x - 1)\frac{3}{2})dx = \\ &= \int_1^3 (x^2 - \frac{9}{4}x^2 + 3x - 1 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{2}x)dx = (\frac{x^3}{3} + \frac{3}{4}x^2 - x) \Big|_1^3 = \\ &= 9 + \frac{27}{4} - 3 - \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + 1 = 13 - \frac{1}{3} = \frac{38}{3}. \end{aligned}$$

Мысал 2. Екінші текті қисық сызықты интегралды есептеңіз:

$$I = \int_{\gamma} (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy,$$

мұндағы $\gamma = \{(x, y) \in R^2 : y = x^2, |x| \leq 1\}$; интеграл γ қисығының бойымен параметрінің өсу бағытында алынады.

Шешуі: Екінші текті қисық сызықты интегралдың есептеу формуласын қолданамыз, t параметрдің орнына x айнымалыны алуға болады. Интеграл астындағы өрнекке $y = x^2$ пен $dy = 2x dx$ қойып, Риман интегралын аламыз:

$$I = \int_{-1}^1 (x^2 - 2x^3 + 2x^5 - 4x^4)dx = -\frac{14}{15}.$$

Аудиториялық жұмысы: II-текті қисық сызықты интегралды есептеу: [8] №№ 4250, 4253, 4258, 4279, 4281, 4283, 4284.

Үй жұмысы

№№ 4251, 4257, 4259, 4280, 4285.